Fractions et nombres décimaux au cycle 3

Pour que les élèves comprennent pleinement les données numériques exprimées avec des fractions ou sous forme décimale, et puissent mobiliser ces nombres dans la résolution de problèmes, leur première approche de ces notions est essentielle. Elle doit d'abord s'appuyer sur des activités dans lesquelles le nombre entier montre ses limites ; les activités de calcul, décrochées ou en situation, viennent ensuite appuyer cette construction qui se fait sur toute la durée du cycle 3.

Introduction

Fractions

Lorsqu'on coupe une unité en un nombre entier de parts égales et qu'on prend un nombre entier de ces parts, éventuellement supérieur au nombre de parts contenues dans cette unité, on obtient une **fraction.**

La fraction $\frac{2}{3}$ (lire « deux tiers »), rend compte d'un partage de l'unité en trois parts égales puis de la prise de deux de ces parts.

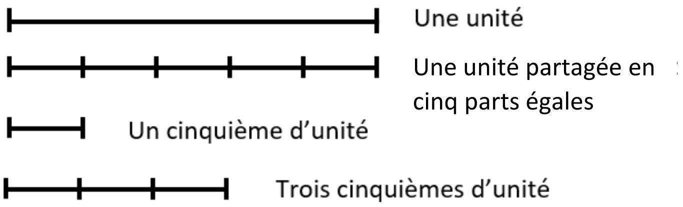
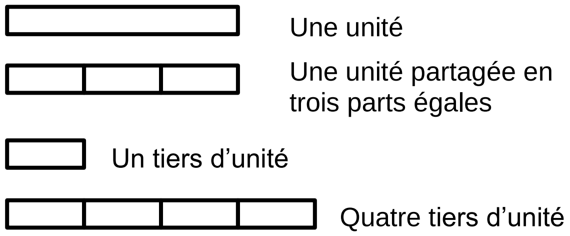
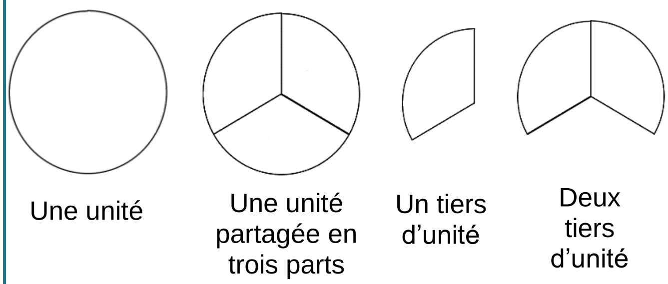
Lorsque le partage de l'unité se fait en un petit nombre de parts (2, 3, 4, ...), et que l'on prend un petit nombre de telles parts, on parle de **fraction simple**[1]: $\frac{2}{3}, \frac{5}{4}, \frac{3}{10}$, etc.

Lorsque le partage de l'unité se fait en un nombre de parts égal à une puissance de 10 (comme 10, 100, 1000, …), la fraction obtenue est appelée **fraction décimale** : $\frac{3}{10}, \frac{547}{100}, \frac{3}{1000}$, etc.[2]

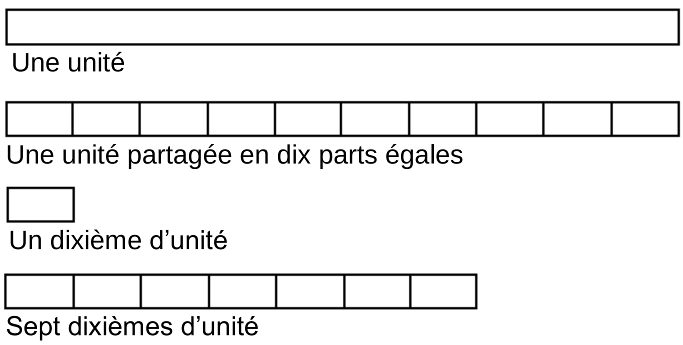
[1] La notion de fraction « simple » n'est pas définie de façon précise en mathématiques.

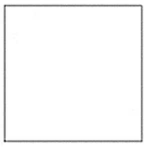
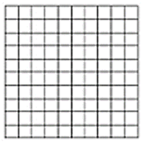
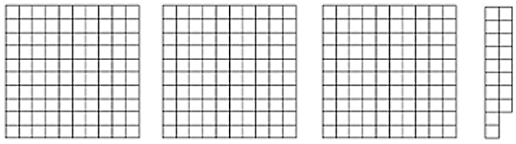
[2] On rappelle que 1 est également une puissance de 10. En effet, $1 = 10^0$. La fraction $\frac{7}{1}$ est donc également une fraction décimale.

Exemples de fractions simples

AVEC DES MOTS	AVEC DES SCHÉMAS	FRACTION
Trois cinquièmes On partage l'unité en cinq parts **égales** et on prend trois parts. On obtient une quantité égale à trois cinquièmes de l'unité. Cette quantité est plus petite que l'unité.	*L'unité est la longueur d'un segment.*  Une unité Une unité partagée en cinq parts égales Un cinquième d'unité Trois cinquièmes d'unité	$\frac{3}{5}$
Quatre tiers On partage l'unité en trois parts **égales** et on prend quatre parts : on obtient une quantité égale à quatre tiers de l'unité. Cette quantité est plus grande que l'unité.	*L'unité est la longueur d'une bande (ou son aire).*  Une unité Une unité partagée en trois parts égales Un tiers d'unité Quatre tiers d'unité	$\frac{4}{3}$
Deux tiers On partage l'unité en trois parts **égales** et on prend deux parts : on obtient une quantité égale à deux tiers de l'unité. Cette quantité est plus petite que l'unité.	*L'unité est l'aire d'un disque.*  Une unité Une unité partagée en trois parts Un tiers d'unité Deux tiers d'unité	$\frac{2}{3}$

Exemples de fractions décimales

AVEC DES MOTS	AVEC DES SCHÉMAS	FRACTION
Sept dixièmes est une fraction décimale.	*L'unité est la longueur (ou l'aire) de la bande rectangulaire.*  Une unité Une unité partagée en dix parts égales Un dixième d'unité Sept dixièmes d'unité	$\frac{7}{10}$

AVEC DES MOTS	AVEC DES SCHÉMAS	FRACTION
Trois-cent-dix-huit centièmes est une fraction décimale.	*L'unité est l'aire d'un carré.*  Une unité  Une unité partagée en cent parts Un centième d'unité  Trois-cent-dix-huit centièmes d'unité	$\frac{318}{100}$

Nombres décimaux

Au cycle 1, les nombres entiers sont liés aux objets qu'ils ont servi à dénombrer, puis ils s'en détachent progressivement pour prendre pleinement leur statut de nombres, indépendants des collections. De la même façon, les fractions sont tout d'abord liées aux partages physiques dont elles rendent compte, avant de s'en détacher progressivement à travers des comparaisons, des rangements, des repérages sur une demi-droite graduée, des calculs, pour prendre pleinement leur **statut de nombres**. Les nombres que l'on peut écrire sous la forme d'une fraction sont appelés **les nombres rationnels**[3]. En dernière année de cycle 3, la fraction $\frac{a}{b}$, où a est un nombre entier et b est un nombre entier non nul, est définie comme le nombre qui, multiplié par b, donne a[4].

Un **nombre décimal** est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale.

Très progressivement, sur la durée du cycle 3, l'élève apprend ainsi que le nombre décimal qui s'écrit $\frac{318}{100}$ et se dit trois-cent-dix-huit centièmes est aussi trois unités et dix-huit centièmes ou encore trois unités et un dixième et huit centièmes puis s'écrit en respectant le principe de la numération décimale de position : 3,18. Dans l'écriture à virgule des nombres décimaux, **la virgule permet de repérer le chiffre des unités**.

[3] L'expression « nombre rationnel » n'est pas au programme du cycle 3. Les élèves s'intéresseront aux nombres rationnels dans toute leur généralité au cycle 4.

[4] Si le numérateur ou le dénominateur ne sont pas des nombres entiers on ne parle plus de fraction, mais d'écriture fractionnaire ; ainsi, 2,5/10 n'est pas une fraction, mais est une écriture fractionnaire du nombre « 25 centièmes ».

Quelles sont les relations entre les différents types de nombres[5] ?

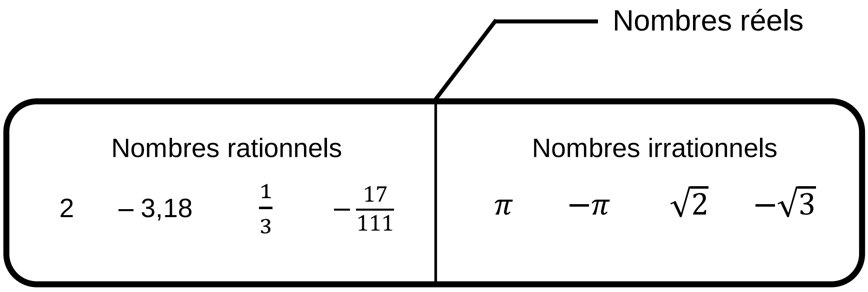
Il existe différents types ou familles de nombres ; les mathématiciens parlent d'ensembles de nombres. L'ensemble de tous les nombres que l'on peut placer sur une droite graduée s'appelle l'ensemble des **nombres réels**.

L'ensemble des nombres réels se partage en deux sous-ensembles disjoints :

- l'ensemble des **nombres rationnels**, composé de tous les nombres qui peuvent s'écrire comme une fraction. Par exemple, 2, 3,18, $\frac{1}{3}$ et $\frac{17}{111}$ sont des nombres rationnels (2 = $\frac{2}{1}$ et 3,18 = $\frac{318}{100}$).
- l'ensemble des **nombres irrationnels**, composé de tous les nombres qui ne peuvent pas s'écrire comme une fraction. Par exemple, π et $\sqrt{2}$ sont des nombres irrationnels.

Un nombre réel est donc soit un nombre rationnel soit un nombre irrationnel.

On peut schématiser la situation de la façon suivante :



Les **écritures décimales** des nombres rationnels sont soit **finies** (limitées) (comme 2 ; 2,0 ; 2,00 ; 3,18 ou 3,180), soit **illimitées et périodiques**, c'est-à-dire avec une suite des mêmes chiffres qui se répète à l'infini (comme 0,333**3**…, avec des « 3 » à l'infini, qui est égal à $\frac{1}{3}$, ou 0,153153**153**…, avec « 153 » qui se répète à l'infini, qui est égal à $\frac{17}{111}$).

Les écritures décimales des nombres irrationnels sont **illimitées et non périodiques**, comme π qui peut s'écrire 3,14159265358979323846…, mais les points de suspension signifient ici seulement que le développement continue à l'infini ; il n'y a pas de suite de chiffres qui se répètent à l'infini.

Au cycle 3, les élèves ne rencontrent que des nombres rationnels, à l'exception du nombre irrationnel π utilisé en dernière année de cycle pour calculer la longueur d'un cercle ou l'aire d'un disque. Les nombres rationnels, qui au cycle 3 restent des nombres positifs[6], sont classés dans différents ensembles emboités :

- l'ensemble des **nombres entiers** : 0, 1, 3 ou 1524 sont des nombres entiers, nulle nécessité de virgule ou de trait de fraction pour les écrire, même si on peut aussi les écrire avec des virgules (3,00) ou avec des barres de fraction ($\frac{3}{1}$) ;

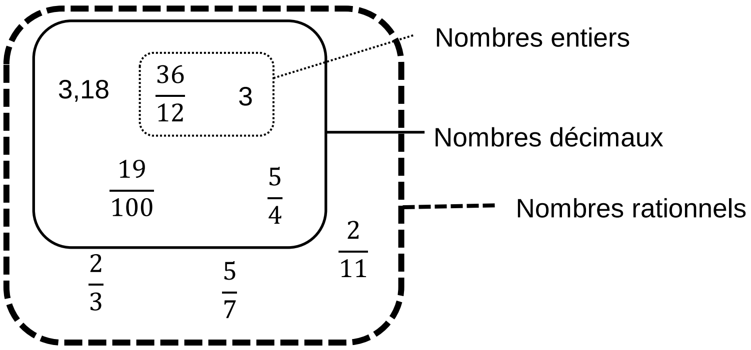
---

[5] Ce paragraphe ne contient pas des éléments à enseigner, mais des connaissances pour l'enseignant.

[6] À l'exception éventuellement de quelques nombres négatifs, rencontrés dans le cas de relevés de températures, mais ces nombres ne font pas l'objet d'un travail particulier.

- l'ensemble des **nombres décimaux** : cet ensemble comprend tous les nombres qui peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10. Ainsi 3, qui peut s'écrire $\frac{3}{1}$ ou $\frac{30}{10}$, est un nombre décimal ; de même, 3,18 qui peut s'écrire $\frac{318}{100}$ est également un nombre décimal. Tous les nombres entiers sont des nombres décimaux.
- l'ensemble des **nombres rationnels** : cet ensemble comprend tous les nombres qui peuvent s'écrire sous forme d'une fraction. Les nombres décimaux peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction décimale ce sont donc des nombres rationnels. Il existe aussi des nombres qui peuvent s'écrire sous forme de fraction mais qui ne sont pas des nombres décimaux, comme $\frac{1}{3}$ ou $\frac{17}{111}$.

On peut schématiser la situation de la façon suivante :



Les nombres non décimaux (rationnels ou non rationnels), comme π, $\sqrt{2}$, $\frac{1}{3}$ ou $\frac{17}{111}$, admettent une unique écriture décimale ; elle est illimitée.

Les nombres décimaux admettent :

- une infinité d'écritures décimales finies obtenues en ajoutant des 0 après la dernière décimale non nulle (2,0 ; 2,00 ; etc. 3,180 ; 3,1800 ; etc.) ;
- une écriture décimale illimitée avec des 0 à l'infini (2,000… ou 3,18000…) et pour les nombres décimaux non nuls une seconde écriture décimale illimitée avec des 9 à l'infini (2 = 1,999… et 3,18 = 3,17999…)[7].

Lien avec les domaines du socle

Utiliser les principes du système décimal de numération et les différentes écritures d'un nombre décimal pour effectuer des calculs, utiliser une droite graduée et modéliser des situations contribuent au développement des langages pour penser et communiquer (domaine 1).

De plus, l'élève, en s'engageant dans une démarche de résolution de problème nécessitant l'utilisation de fractions et/ou de nombres décimaux, en mettant à l'essai plusieurs solutions, en mobilisant les connaissances nécessaires, en analysant et en exploitant les erreurs, développe des méthodes et des outils pour apprendre (domaine 2). L'engagement dans un travail collectif lui permet de développer, dans des situations concrètes, son aptitude à coopérer, à vivre ensemble et à faire preuve de responsabilité (domaine 3).

---

[7] Ces égalités peuvent être établies en posant, par exemple, x = 3,17999…
On a alors 10x = 31,7999… et 9x = 10x – x = 31,7999… – 3,17999… = 28,62, d'où x = 28,62 ÷ 9 = 3,18.
On a donc bien 3,17999… = 3,18.
On peut aussi utiliser le théorème de convergence des séries géométriques :
$3{,}17999\ldots = 3{,}17 + \sum_{n=3}^{+\infty} \frac{9}{10^n} = 3{,}17 + \sum_{n=3}^{+\infty} 9\left(\frac{1}{10}\right)^n = 3{,}17 + \frac{0{,}009}{1-\frac{1}{10}} = 3{,}17 + 0{,}01 = 3{,}18.$

La pratique du calcul (mental et en ligne, posé, exact et approché), l'estimation d'ordres de grandeurs avec des nombres décimaux contribuent à l'étude des systèmes naturels et des systèmes techniques (domaine 4).

Progressivité des apprentissages

Le sens des nombres ne se limite pas à des connaissances académiques sur les nombres ; il se construit et se manifeste dans la compréhension et l'usage combiné de propriétés, de relations, de désignations et par la pratique d'opérations dans lesquelles un nombre intervient comme acteur ou comme résultat. Compter, calculer, résoudre des problèmes, mesurer sont ainsi à la fois des mises en application et des contributions à la construction de la « notion de nombre ».

La construction des différents types de nombres (ici : entiers, décimaux, rationnels) s'effectue progressivement du cycle 1 au cycle 4. La compréhension des concepts qui les sous-tendent est complexe, et nécessite du temps.

Les nombres décimaux se construisent en **continuité et en rupture** par rapport aux nombres entiers.

- **Au cycle 2,** le système de numération que nous utilisons pour écrire en chiffres les nombres entiers se construit progressivement. Ce système, qualifié de système décimal de position, est fondé sur :
  - **le principe de position** : 2 n'a pas la même valeur dans les nombres 233 et 323 ; sa valeur dépend de sa position dans l'écriture du nombre ;
  - **le principe du rapport de dix entre les différentes unités :** la valeur d'un chiffre est dix fois plus petite que celle du chiffre écrit immédiatement à sa gauche et dix fois plus grande que celle du chiffre qui est écrit immédiatement à sa droite, ainsi dans 233, le 2 vaut 200, alors que dans 323, il vaut 20.

  La compréhension et l'appropriation de ce système de position se travaillent à l'aide de décompositions et recompositions, en s'appuyant notamment sur la manipulation (plaques, barres, petits cubes « unités »), le dessin, la verbalisation, en privilégiant l'oral avant l'écrit. Par exemple, 235 c'est « 2 centaines, 3 dizaines et 5 unités » ou « 235 unités » ou « 23 dizaines et 5 unités » ou « 2 centaines et 35 unités ». Ces différentes écritures nécessitent de concevoir une centaine non seulement comme cent unités, mais aussi comme 10 dizaines d'unités. Ces conversions d'écritures en différentes unités de numération sont à associer aux conversions d'unités de mesures de longueur, de masse ou de contenance.

  Il est particulièrement important d'installer le principe de position et le principe du rapport de dix entre des unités de numération consécutives avec les nombres entiers au cycle 2 et au cycle 3, car l'écriture à virgule des nombres décimaux résulte de leur prolongement. En effet, dans l'écriture à virgule d'un nombre décimal, la valeur d'un chiffre dépend de sa position dans l'écriture du nombre, et il y a un rapport de dix entre deux unités consécutives.

- **Au cycle 3**, on fait évoluer le statut du nombre pour exprimer des quantités et des mesures de grandeurs qui ne sont plus égales à un nombre entier d'unités. L'étude des fractions, initiée dès le début du cycle, se poursuit en différents temps sur plusieurs mois. Les formulations orales (du type « trois quarts » ou « vingt-sept dixièmes ») sont privilégiées dans un premier temps ; les écritures symboliques $\left(\frac{3}{4} \text{ ou } \frac{27}{10}\right)$ apparaissent ensuite très progressivement, avant que l'écriture d'un nombre décimal sous la forme d'une écriture à virgule n'intervienne. L'introduction de l'écriture à virgule, en première année du cycle, ne remplace pas les écritures utilisant des fractions décimales, ces deux types d'écritures coexistent tout au long du cycle, pour renforcer la compréhension du codage que constitue l'écriture à virgule d'un nombre décimal. Ces travaux sont l'occasion de nouvelles manipulations où cette fois, si une plaque représente l'unité, une barre représentera un dixième et un petit carré ou cube un centième, comme dans le tableau de l'introduction pour trois-cent-dix-huit centièmes.

- Une fois introduites, les différentes formulations et écritures cohabitent ; l'introduction de l'écriture à virgule n'entraine pas la disparition des fractions décimales ; au contraire l'utilisation des fractions décimales contribue à donner du sens aux calculs effectués avec les écritures à virgule. Le calcul en ligne permet de faire travailler la variété des écritures et des décompositions d'un nombre. Par exemple : 3,4 + 12,8 c'est « 3 unités et 12 unités plus 4 dixièmes et 8 dixièmes… » ou « 34 dixièmes plus 128 dixièmes… ».

  En dernière année de cycle 3, la fraction $\frac{a}{b}$ où a est un nombre entier et b est un nombre entier non nul est définie comme étant le nombre qui multiplié par b donne a ; il s'agit du quotient de a par b. En poursuivant le travail sur les différentes représentations d'un même nombre, on amène les élèves à distinguer un nombre de l'une de ses écritures (par exemple, $\frac{1}{4}$, 0,25, $\frac{6}{24}$ sont plusieurs représentations du même nombre). Les nouveaux nombres rencontrés au cycle 3 sont utilisés pour résoudre des problèmes.

- Au **cycle 4**, on manipule les nombres rationnels en amenant progressivement les élèves à comparer, ajouter, soustraire, multiplier et diviser des fractions. On continue à utiliser les nombres décimaux lors de la résolution de problèmes, même si on rencontre principalement des problèmes nécessitant des calculs avec des nombres rationnels non nécessairement décimaux.

Stratégies d'enseignement : des fractions simples aux nombres décimaux

À l'entrée au cycle 3, les élèves ont déjà rencontré des écritures à virgule à travers l'usage social, dans le contexte des grandeurs (prix, taille, masse, etc.). Les formulations utilisées à l'oral dans la vie courante pour les exprimer, comme « trois euros vingt-cinq » pour 3,25 €, ou « trois mètres vingt-cinq » pour 3,25 m laissent entendre que ces nombres sont conçus comme la juxtaposition de deux entiers plutôt que comme un nombre décimal. En effet, on dit « trois euros vingt-cinq » ou « trois mètres vingt-cinq » tout comme on dit « trois heures vingt-cinq », montrant bien qu'il s'agit là d'une juxtaposition des euros et des centimes d'euros, ou des mètres et des centimètres, comme sont juxtaposées les heures et les minutes. Démarrer l'apprentissage des nombres décimaux en s'appuyant sur cet usage ne favorise de ce fait sans doute pas leur compréhension et risque au contraire d'encourager les élèves à concevoir l'écriture à virgule d'un nombre comme étant composée de deux nombres entiers, juxtaposés et séparés par une virgule.

Les ruptures et continuités énoncées dans le paragraphe précédent expliquent le choix indiqué dans les programmes, de construire les décimaux à partir des fractions décimales, dès le début du cycle 3. Cette construction est un processus progressif qui nécessite du temps et s'organise de façon graduelle selon les étapes déclinées ci-dessous ; il est essentiel que les nouveaux éléments introduits soient explicitement mis en lien avec les éléments préexistants, et que ces derniers continuent de vivre en articulation avec les nouvelles notions.

Pour chacune de ces étapes, le recours à l'oral est privilégié et les écritures symboliques utilisant le trait de fraction et la virgule ne sont introduites qu'une fois le sens construit et non *a priori* ; le repérage sur une demi-droite graduée est une forme de représentation qui participe à la compréhension des différentes notions travaillées.

Découverte des fractions, en commençant par des fractions simples

La notion d'unité est abordée dès le cycle 1, lors de la construction du nombre, dès que l'élève dénombre des collections. Au cours du cycle 2, le nombre acquiert un statut indépendant des objets des collections qui leur ont donné naissance. Très progressivement se construit l'unité, 1, qui correspond à n'importe lequel de ces objets de référence. Cette unité fait office d'étalon pour compter, mesurer, comparer, etc., sans faire référence à un objet singulier.

Les fractions simples

Les fractions simples sont introduites en début de cycle 3, comme outils pour traiter des problèmes que les nombres entiers ne permettent pas de résoudre et pour lesquels un fractionnement de l'unité répond à un besoin. Par exemple, un morceau de ficelle est donné aux élèves, la longueur du morceau de ficelle est choisie comme unité. Avec ce morceau de ficelle, il s'agit de mesurer différents objets de la salle de classe (la longueur d'une table, la hauteur d'une porte, les dimensions de l'écran de l'ordinateur…). Les élèves se rendent compte qu'un nombre entier d'unités ne suffit pas à exprimer ces longueurs : ils peuvent proposer des formulations telles que « 2 unités plus la moitié d'une unité » (en pliant en deux la ficelle), ou bien « entre le quart et la moitié de l'unité ». On voit ici que cette première rencontre avec les fractions ne se fait pas sous la forme de 5 demi-unités, mais la longueur est exprimée sous la forme d'un nombre entier d'unités et d'une fraction de l'unité.

Lors de l'introduction de la fraction, le concept d'unité n'est pas nécessairement encore stabilisé. Il est donc important de continuer à matérialiser une unité que l'élève puisse manipuler, se représenter et répliquer : un segment, une bande, un rectangle, un disque, etc. Dans le cas où un partage de bandes ou de segments en 3, 5 ou 6… est à effectuer, un guide-âne[8] peut être utilisé ; il permet d'obtenir immédiatement des fractions de dénominateur 3, 5, 6… Varier les supports utilisés pour travailler les fractions contribue ainsi à asseoir la compréhension de la notion abstraite d'unité.

Afin de ne pas induire l'idée qu'une fraction est nécessairement inférieure à 1 et préparer la décomposition des fractions décimales menant à l'écriture à virgule, il est souhaitable de côtoyer dès le début du cycle 3 des fractions supérieures à 1. Le lien entre $\frac{5}{2}$ unités et $2 + \frac{1}{2}$ unités mentionné précédemment, doit donc être établi et travaillé régulièrement ; la demi-droite graduée permet d'être confronté régulièrement à ces différentes écritures de nombres.

Lorsqu'on fractionne l'unité, on définit implicitement une nouvelle « unité de comptage » des quantités. On définit une fraction en prenant un certain nombre de fois cette « unité de comptage ». Par exemple, pour prendre quatre tiers de l'unité, on partage l'unité en trois tiers : le tiers devient la nouvelle « unité de comptage ». Quatre tiers est donc défini par « quatre fois un tiers » ou « un tiers + un tiers + un tiers + un tiers » (on revient au sens de la multiplication, construite comme une itération d'additions) donc « une unité + un tiers ». Parmi les différentes décompositions de quatre tiers, « une unité + un tiers » est particulièrement adaptée pour encadrer quatre tiers entre deux entiers consécutifs.

L'écriture fractionnaire

Le passage du mot à son écriture fractionnaire est une rupture, il doit être géré de manière très graduelle. Jusque-là, pour un élève, un nombre s'écrit avec des chiffres en utilisant le système de numération positionnelle, de gauche à droite. L'écriture d'un nombre sous forme d'une fraction est une nouvelle convention d'écriture dans laquelle les nombres de part et d'autre du trait de fraction ont une signification qu'il convient d'expliciter.

Le « nombre du dessous » appelé **dénominateur** (étymologiquement « celui qui nomme ») détermine le nombre de parts en lequel on partage l'unité. C'est celui qui permet de définir la nouvelle unité de comptage. Le « nombre du dessus » appelé **numérateur** (étymologiquement « celui qui compte ») détermine le nombre d'unités de comptage que l'on considère.

L'écriture symbolique, par exemple $\frac{4}{3}$, nécessite un effort d'interprétation pour être pensée « 4 fois un tiers » et lue « quatre tiers », le nombre du dessus se lit directement 4 alors que le nombre du dessous ne se lit pas 3 mais s'interprète « tiers ». La lecture « quatre sur trois » n'a à ce stade pas de sens et est potentiellement source d'erreurs ; elle prendra sens en dernière année de cycle et deviendra plus tard la seule formulation possible lorsqu'il s'agira de quotients d'expressions littérales

[8] Voir l'annexe sur le guide-âne.

(exemple : $\frac{3x^2}{4x+1}$). La verbalisation « quatre tiers » joue donc un rôle essentiel dans la construction du concept de fraction, elle doit être préalable à l'introduction de la notation symbolique et vivre tout au long du cycle 3.

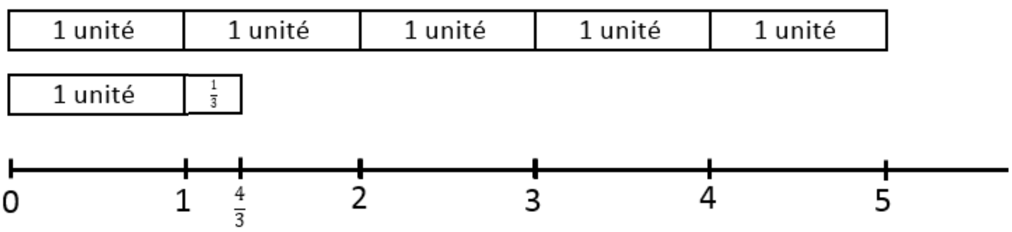
Les fractions simples comme opérateurs

Déterminer des fractions d'une quantité ou d'une mesure donnée permet de renforcer le sens des fractions pour rendre compte d'un partage. Les séances de calcul mental permettent de faire vivre le travail sur les fractions tout au long des trois années du cycle. On peut par exemple demander aux élèves d'exprimer sans utiliser de fraction ce que sont « deux tiers de douze œufs » : un tiers de douze œufs c'est quatre œufs, donc deux tiers de douze œufs c'est huit œufs, ou encore « trois quarts de cent euros », « trois cinquièmes de cinquante mètres », « sept quarts d'heure », « vingt-quatre dixièmes de mètre », etc.

Repérage sur une demi-droite-graduée

Les nombres exprimés sous forme de fractions simples, permettent aussi de repérer un point sur une demi-droite graduée. Pour cela, on partage l'unité en parts égales correspondant au dénominateur de la fraction que l'on cherche à placer sur la droite graduée, on peut effectuer cela par pliage ou en utilisant un guide-âne. On reporte ensuite la fraction autant de fois que nécessaire. L'écriture d'une fraction comme somme d'un entier et d'une fraction comprise entre 0 et 1 est particulièrement utile pour placer une fraction sur une droite graduée et donne du sens au travail mené pour passer d'une écriture à l'autre.

Le point repéré par 3 est celui qui est situé à trois unités de l'origine ; le point repéré par $\frac{4}{3}$ est celui qui est situé à $\frac{4}{3}$ d'unité de l'origine, que l'on peut repérer en utilisant l'égalité $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$.



De la fraction simple à la fraction décimale

Le travail sur les fractions simples conduit à rencontrer des fractions ayant un dénominateur égal à 10. Il prépare l'introduction des fractions décimales, définies comme des fractions particulières correspondant à un partage de l'unité en 10, 100, 1 000, etc. À ce stade, la fraction décimale rend compte d'un partage, elle n'est pas conçue par les élèves comme un quotient.

Liens entre les différentes unités de numération, manipulation de diverses écritures de nombres décimaux utilisant les fractions décimales, décompositions diverses

Le fait que 10 centièmes est égal à 1 dixième doit être explicité[9], par exemple de la manière suivante.

Partageons chaque dixième en 10 parts égales. En prenant 10 dixièmes, on obtient donc cent de ces parts. Or, 10 dixièmes sont égaux à une unité. Les cent parts égales valent donc aussi une unité. Une seule de ces parts est donc égale à un centième de l'unité.

---

[9] La propriété « lorsqu'on divise ou lorsqu'on multiplie le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre, on obtient une fraction égale » n'est pas encore disponible pour valider ce passage.

Comme 10 parts égales valaient un dixième, et que chaque part vaut un centième, alors 10 de ces parts, donc dix centièmes, valent un dixième. Un tel raisonnement n'est envisageable au cycle 3 que par des manipulations avec du matériel (plaques, barres, cubes, carrés, etc.) ou encore avec une demi-droite graduée ayant une unité suffisamment longue pour être partagée en 100 parts d'égale longueur.

La manipulation de matériel, où un grand carré divisé en 100 petits carrés représente une unité, est indispensable pour faciliter la compréhension de cette égalité en considérant une des dix lignes du grand carré, correspondant donc à un dixième d'unité, ligne composée de 10 petits carrés, correspondant donc aussi à dix centièmes d'unités.

Il y a donc plusieurs façons de voir le centième : l'unité partagée en 100, le dixième partagé en dix, etc. Il est important de travailler à plusieurs reprises avec les élèves les relations entre les différentes unités de numérations, et pas seulement la relation par rapport à l'unité.

Le travail sur les relations entre les différentes unités de numération permet de faire le lien entre différentes écriture d'un même nombre décimal :

$$\frac{6157}{100}=\frac{6100}{100}+\frac{57}{100}=61+\frac{57}{100}=\frac{6100}{100}+\frac{50}{100}+\frac{7}{100}=61+\frac{50}{100}+\frac{7}{100}=61+\frac{5}{10}+\frac{7}{100}$$

Parmi ces différentes écritures, deux seront particulièrement mises en avant :

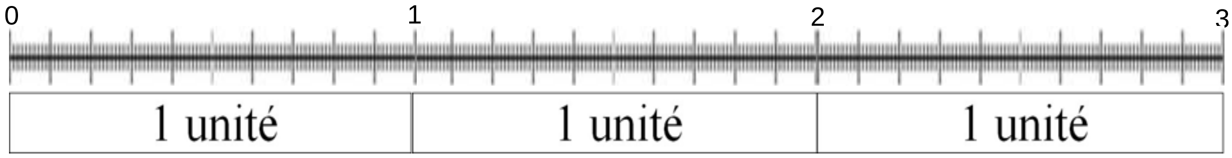
- L'écriture comme somme d'un entier et d'une fraction décimale comprise entre 0 et 1 :
  $$61+\frac{57}{100}.$$
  Cette écriture correspond à la décomposition du nombre décimal en la somme de sa **partie entière** (ici 61) et de sa **partie décimale** (ici 57 centièmes).
  Cette décomposition s'avérera efficace pour conduire des calculs mentaux ou en ligne, comparer des nombres, produire des encadrements, repérer un point sur un droite graduée, etc. Il est important que le professeur et l'élève puissent garder la trace de cette construction pour pouvoir y faire référence tout au long du cycle (trace écrite dans les cahiers, affichage en classe, etc.).

- L'écriture comme somme d'un entier et de fractions décimales de dénominateurs tous différents et de numérateurs inférieurs à 10 :
  $$61+\frac{5}{10}+\frac{7}{100}.$$
  Cette écriture prépare l'introduction de l'écriture à virgule des nombres décimaux.

Comparaisons de nombres décimaux et demi-droite graduée

En réinvestissant le travail mené sur les fractions simples, et en s'appuyant sur la manipulation ou le placement sur une demi-droite graduée, on travaille des relations telles que « 10 dixièmes = 1 unité », « 1 dixième est dix fois plus petit qu'une unité », « 20 dixièmes = 10 dixièmes + 10 dixièmes = 1 unité + 1 unité = 2 unités », « 13 dixièmes = 10 dixièmes + 3 dixièmes = 1 unité + 3 dixièmes » ou « 500 centièmes, c'est 5 fois 100 centièmes, donc 5 unités »

Sur une demi-droite, le partage de l'unité en 10 ou en 100 permet de donner du sens aux mots dixième et centième.



Placer des fractions décimales sur une droite graduée permet de travailler les égalités $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$; $\frac{100}{100} = \frac{10}{10} = 1$, $\frac{100}{10} = 10 \text{ unités}$, etc. en décomposant des écritures fractionnaires :

$$\frac{237}{100} = \frac{200}{100} + \frac{30}{100} + \frac{7}{100} = 2 + \frac{3}{10} + \frac{7}{100}.$$

Ces travaux ne sont pas à concevoir comme des exercices procéduraux dans lesquels l'élève peut réussir par mimétisme, mais comme des situations permettant de travailler la flexibilité entre les différentes écritures, en développant la compétence « Représenter ».

Des activités mentales régulières, du type « Donne une autre écriture de 60 dixièmes », « Combien y a-t-il d'unités dans 70 dixièmes ? », « Quel est le nombre d'unités dans 4 dizaines et 40 dixièmes ? », « Y a-t-il un nombre entier compris entre $\frac{328}{100}$ et 43 dixièmes ? », « Combien y a-t-il de dixièmes dans 3 unités et 5 dixièmes », « Encadre $\frac{536}{100}$ entre deux nombres entiers qui se suivent » contribuent à travailler l'aspect décimal de la numération.

En revanche, un élève peut réussir par mimétisme un exercice procédural du type « Écrire $\frac{569}{100}$ et $\frac{216}{100}$ sous la forme de la somme d'un nombre entier et d'une fraction comprise entre 0 et 1 comme dans l'exemple suivant $\frac{328}{100} = 3 + \frac{28}{100}$ » sans que cet exercice lui permette de construire le sens des écritures manipulées.

Les exercices de comparaison de nombres donnés sous des formes différentes favorisent le passage d'une écriture à une autre : « Compare $3 + \frac{7}{10}$ et 35 dixièmes » ; « Compare $\frac{512}{100}$ et 5 unités 12 dixièmes », etc.

Calculs avec des fractions décimales

Il est important de conduire un travail de longue durée sur des calculs mobilisant des fractions décimales. Ce travail permet de renforcer la compréhension du lien entre les unités, les dixièmes et les centièmes. Il permet également de donner du sens aux procédures qui seront utilisées ultérieurement pour effectuer des calculs avec des nombres décimaux écrits sous forme de nombres à virgule.

Par exemple : « Calcule la somme de $3 + \frac{8}{10}$ et $12 + \frac{9}{10}$ ».

Voici diverses procédures d'élèves pour la réalisation de cette tâche :

- En calcul en ligne :
  - $3 + \frac{8}{10} + 12 + \frac{9}{10} = 15 + \frac{17}{10}$
  - $3 + \frac{8}{10} + 12 + \frac{9}{10} = \frac{30}{10} + \frac{8}{10} + \frac{120}{10} + \frac{9}{10} = \frac{167}{10}$
  - $3 + \frac{8}{10} + 12 + \frac{9}{10} = 15 + \frac{17}{10} = 15 + \frac{10}{10} + \frac{7}{10} = 15 + 1 + \frac{7}{10} = 16 + \frac{7}{10}$

- À l'oral :
  - « 3 unités 8 dixièmes plus 12 unités 9 dixièmes » égale « 15 unités 17 dixièmes » égale « 15 unités 10 dixièmes plus 7 dixièmes » égale « 15 unités et 1 unité 7 dixièmes » égale « 16 unités 7 dixièmes »
  - « 3 unités 8 dixièmes plus 12 unités 9 dixièmes » égale « 4 unités plus 12 unités 7 dixièmes » égale « 16 unités 7 dixièmes »
  - « 3 unités 8 dixièmes plus 12 unités 9 dixièmes » égale « 38 dixièmes plus 129 dixièmes » égale « 167 dixièmes »

Avant d'introduire l'écriture à virgule, il est nécessaire de faire travailler les élèves sur des situations variées mobilisant des fractions décimales, en veillant à ne pas se limiter à des exercices répétitifs uniquement techniques convoquant la reproduction plutôt que la compréhension.

Introduction de l'écriture à virgule

L'écriture à virgule est une convention qui permet d'écrire les nombres décimaux en prolongeant le système décimal de position utilisé pour écrire les nombres entiers :

- la virgule sert à repérer le chiffre des unités, elle est placée immédiatement à droite de celui-ci ;
- le chiffre qui est immédiatement à droite de l'unité a une valeur dix fois plus petite que celle de l'unité : c'est donc le chiffre des dixièmes ; le chiffre qui vient immédiatement à droite du chiffre des dixièmes a une valeur dix fois plus petite que le chiffre des dixièmes, c'est donc le chiffre des centièmes car 10 centièmes = 1 dixième, etc.

24 dixièmes c'est 20 dixièmes et 4 dixièmes donc 2 unités et 4 dixièmes que l'on va, **par convention**, écrire 2,4.

$\frac{358}{100} = \frac{300}{100} + \frac{50}{100} + \frac{8}{100} = 3 + \frac{5}{10} + \frac{8}{100}$. Ainsi, $\frac{358}{100}$ est égal à 3 unités, 5 dixièmes et 8 centièmes, soit, par convention 3,58.

La bonne compréhension de la notation à virgule sera travaillée tout au long du cycle, notamment avec des nombres dont l'écriture contient des zéros, nécessitant de bien comprendre ce que représente chaque chiffre dans l'écriture à virgule. Par exemple, les élèves peuvent être invités à donner l'écriture à virgule de nombres décimaux comme : 3 unités et 5 centièmes ; 6 dizaines et 5 centièmes ; $8 + \frac{5}{100}$; $\frac{7}{100}$; 5 dixièmes ; etc.

Il convient d'être vigilant dans la construction simultanée du sens (compréhension de l'aspect positionnel et décimal de notre numération) et de la technique lors des travaux dédiés aux changements d'écriture d'un même nombre : un élève pourrait donner l'illusion de maitriser les transformations d'écritures alors qu'il n'agit que par mimétisme, notamment s'il utilise un tableau de numération.

Par exemple, un élève pourrait réussir un exercice procédural du type « Décompose comme dans l'exemple suivant : 3,58 = $3 + \frac{5}{10} + \frac{8}{100}$ les nombres 7,59 et 6,17 » sans avoir compris la numération décimale de position.

En revanche une tâche plus ouverte du type « Donne différentes écritures de 12,8 » ou « Donne différentes écritures de $\frac{128}{10}$ », laisse davantage d'initiatives aux élèves et offre la possibilité de recueillir un grand nombre de réponses différentes, y compris incorrectes, ce qui permet de travailler les liens entre les diverses écritures et de concevoir les erreurs comme des étapes nécessaires à la bonne appropriation de la notion de nombre décimal.

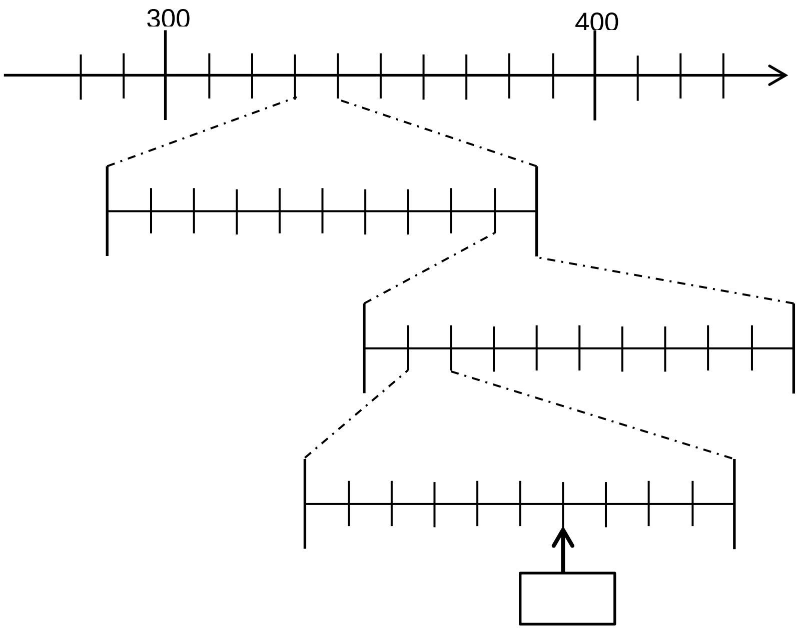
L'oral est un terrain privilégié pour travailler l'égalité entre différentes écritures. Ainsi, l'égalité $\frac{358}{100} = \frac{300}{100} + \frac{50}{100} + \frac{8}{100}$ s'énoncera naturellement « 358 centièmes, c'est 300 centièmes auxquels on ajoute 50 centièmes, puis 8 centièmes ».

Le travail de décomposition déjà réalisé avec les entiers doit être poursuivi avec les nombres décimaux et leur écriture à virgule.

Exemples : 43,6 c'est « 4 dizaines, 3 unités et 6 dixièmes » ou « 43 unités et 6 dixièmes » ou « 436 dixièmes » ou « 4 360 centièmes », etc.

L'utilisation régulière de la demi-droite graduée, avec d'éventuels zooms successifs, permet de travailler l'intercalation entre deux décimaux et de déterminer la position d'un nombre sur la demi-droite graduée avec de plus en plus de précision. Cela contribuera également à aider les élèves à ne pas voir un nombre décimal comme deux entiers séparés par une virgule, mais bien comme un nombre à part entière. Les élèves peuvent placer des nombres décimaux sur une demi-droite graduée, mais aussi lire des nombres placés sur une demi-droite graduée, comme dans l'exercice ci-dessous où l'élève doit lire 339,16 grâce aux zooms successifs.

« Écrire le nombre qui convient dans le rectangle. »



Le passage d'une écriture sous forme de fraction décimale à une écriture à virgule nécessite du temps pour que la signification en soit maîtrisée. L'usage de l'oral est primordial et doit être sans cesse repris à l'école comme au collège **:** 2,4 se lira « deux et quatre dixièmes » plutôt que systématiquement « 2 virgule 4 » ; cette dernière formulation contribue en effet à ce que l'élève conçoive le nombre décimal comme la juxtaposition de deux entiers et son emploi trop souvent exclusif génère de nombreuses erreurs dans les diverses utilisations (comparaison, opérations) des écritures à virgule. Il est de ce fait absolument nécessaire, sur toute la durée du cycle 3, de varier les formulations et de faire vivre différentes manières de désigner les nombres décimaux, cette flexibilité à passer d'une formulation à l'autre, ou d'une représentation à l'autre, est essentielle pour accéder à la compréhension des nombres décimaux.

Comparer, ranger, encadrer et intercaler des nombres décimaux

Des activités pour comparer, ranger et encadrer des nombres décimaux ou encore intercaler un nombre décimal entre deux nombres décimaux ont déjà été menées avec des nombres décimaux écrits en utilisant des fractions décimales. Les élèves doivent apprendre à mener ces mêmes activités avec des nombres décimaux écrits avec des virgules. Comparer des nombres comme 31,7 et 31,28 se heurte aux règles établies au cycle 2 sur les nombres entiers (puisque 7<28, il pourrait sembler naturel que 31,7<31,28) et nécessite, dans un premier temps, de revenir au sens du codage de l'écriture à virgule en s'appuyant sur les travaux menés avec les fractions décimales. Ces activités de comparaison vont donc contribuer à retravailler les aspects positionnel et décimal de la numération écrite chiffrée des nombres décimaux.

Le choix des nombres dans les activités proposées doit s'appuyer sur les difficultés des élèves et les obstacles repérés par la recherche pour s'assurer qu'ils sont bien surmontés par tous. Un certain nombre de ces obstacles sont rappelés dans le point 7 de cette partie du document.

Par exemple, pour comparer deux nombres décimaux ayant la même partie entière, plusieurs conceptions erronées sont assez fréquentes :

- Conception 1 : « Comme pour les entiers, le nombre le plus long est le plus grand », qui conduit à écrire que 17,3<17,12.
- Conception 2 : « Les nombres décimaux sont deux entiers séparés par une virgule ; si le nombre avant la virgule est le même, je compare les nombres après la virgule », qui conduit à écrire que 17,3<17,12 car 3<12 et que 17,2<17,07 car 2<7.
- Conception 3 : « Les nombres décimaux sont deux entiers séparés par une virgule ; si le nombre avant la virgule est le même, je compare les nombres après la virgule, sauf s'il y a un zéro juste après la virgule, car le zéro rend le nombre plus petit », qui conduit à écrire que 17,3<17,12 car 3<12, tout en donnant la bonne réponse pour 17,07<17,2.
- Conception 4 : « Les dixièmes sont plus grands que les centièmes », qui conduit à penser que 5 dixièmes est plus grand que 72 centièmes et donc 17,72<17,5.

Pour repérer ces conceptions erronées, il sera nécessaire de faire verbaliser l'élève, de lui faire expliciter précisément comment il procède pour comparer deux nombres donnés. À l'écrit, il sera nécessaire de poser suffisamment de questions, mais surtout des questions construites spécifiquement pour déceler les conceptions erronées que l'on cherche à repérer. Les temps de recherche individuelle en classe doivent permettre à l'enseignant, en circulant dans les rangs, d'assurer ce repérage, d'analyser précisément les raisons de ces erreurs et d'apporter à l'élève concerné les compléments appropriés.

Les comparaisons et les changements d'écriture de nombres décimaux doivent conduire à des réussites parfaitement stabilisées. De nombreuses réussites pouvant être le résultat de conception erronées (« 3,4<3,62 car 4<62 », « 3,4<3,62 car 3,62 est plus long », etc.), la moindre erreur pourra être révélatrice d'une mauvaise conception importante et nécessitera donc une investigation approfondie de l'enseignant pour qu'il puisse apporter l'aide appropriée.

Calculer avec des nombres décimaux

Le calcul sur les nombres décimaux ne se limite pas au calcul posé ; le calcul mental et le calcul en ligne menés en classe portent fréquemment sur les nombres décimaux, les mises en commun de procédures de calcul mental ou en ligne sont l'occasion de fréquents allers-retours entre les différentes écritures d'un même nombre décimal.

Les calculs effectués s'appuient sur le sens des écritures sous forme de fractions décimales ou d'écritures à virgule et contribuent dans le même temps à comprendre l'intérêt de passer de l'une à l'autre ainsi que la signification de ces écritures.

Les documents ressources Le calcul aux cycles 2 et 3 et Le calcul en ligne au cycle 3 fournissent un certain nombre de pistes de travail concernant le calcul avec des nombres décimaux.

La fraction pour exprimer un quotient

Cette partie concerne la dernière année du cycle 3. Le guide-âne est utilisé ici comme simple outil, la justification de son fonctionnement relève de la fin du cycle 4.

La recherche du nombre qui, multiplié par 5, donne 13 unités (autrement dit la solution de la multiplication à trou 5 × … = 13) aboutit à la recherche du résultat de la division 13 ÷ 5. En calcul en ligne, l'élève a appris que « 13 divisé par 5 », c'est « 10 divisé par 5 plus 3 divisé par 5 », donc « 2 unités + 3 divisé par 5 ». « 3 divisé par 5 », c'est aussi « 30 dixièmes divisé par 5 », c'est-à-dire « 6 dixièmes ». On obtient ainsi que « 13 divisé par 5 est égal à 2 unités et 6 dixièmes, c'est-à-dire 2,6 ». Le nombre qui, multiplié par 5, donne 13 s'appelle le quotient de 13 par 5, et ce quotient est 2,6.

L'écriture $\frac{13}{5}$, dans la conception partage travaillée au cours moyen, représente « 13 cinquièmes de l'unité ». Or, un cinquième de l'unité, c'est l'unité partagée en 5 ; une unité est égale à dix dixièmes, un cinquième de l'unité est donc égal à 2 dixièmes de l'unité[10] ; on montre ainsi que « 13 cinquièmes de l'unité » est égal à 13 fois 2 dixièmes de l'unité, soit 26 dixièmes, ou 2,6. Ce raisonnement permet de valider le fait que l'écriture $\frac{13}{5}$, sera aussi utilisée pour noter le quotient de 13 par 5 ; on parlera cette fois de la conception quotient de la fraction $\frac{13}{5}$.

Ces différentes explicitations doivent s'appuyer sur des supports visuels : expressions en jeu, figures, manipulations d'objets, etc.

Au cycle 4, on privilégiera la division et la conception de la fraction en tant que quotient.

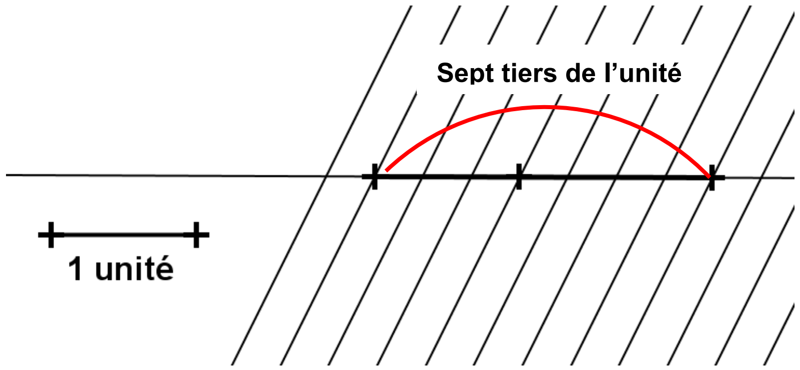
La recherche du nombre qui, multiplié par 3, donne 7 (autrement dit la solution de la multiplication à trou 3 × ... = 7) aboutit au fait qu'aucun nombre décimal ne peut convenir : on peut seulement approcher la solution en divisant 7 par 3.

- $\frac{7}{3}$ est le nombre par lequel il faut multiplier 3 pour obtenir 7, ce n'est pas un nombre décimal.
- $\frac{7}{3}$ est le quotient de 7 par 3 : il n'est pas conçu ici comme « sept tiers de l'unité », mais comme « le tiers de sept ».

[10] La propriété « lorsqu'on multiplie le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre, on obtient une fraction égale » n'est pas encore disponible pour valider ce passage.

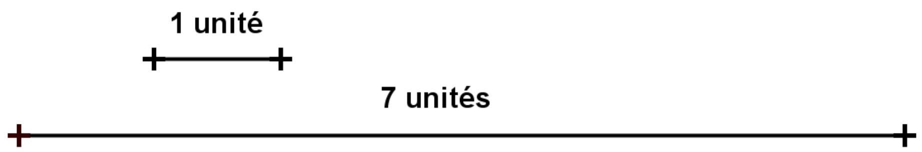
Comme précédemment, il faut concilier ces deux approches : sept tiers c'est 1 partagé en 3 pris 7 fois ou encore 7 fois le tiers de 1 (fraction partage), et c'est la même chose que 7 partagé en 3, ou encore le tiers de 7 (fraction quotient).

Le guide-âne (réseau de droites parallèles) permet de montrer l'égalité des longueurs d'un segment qui mesure sept tiers de l'unité et d'un segment mesurant le tiers de sept unités :

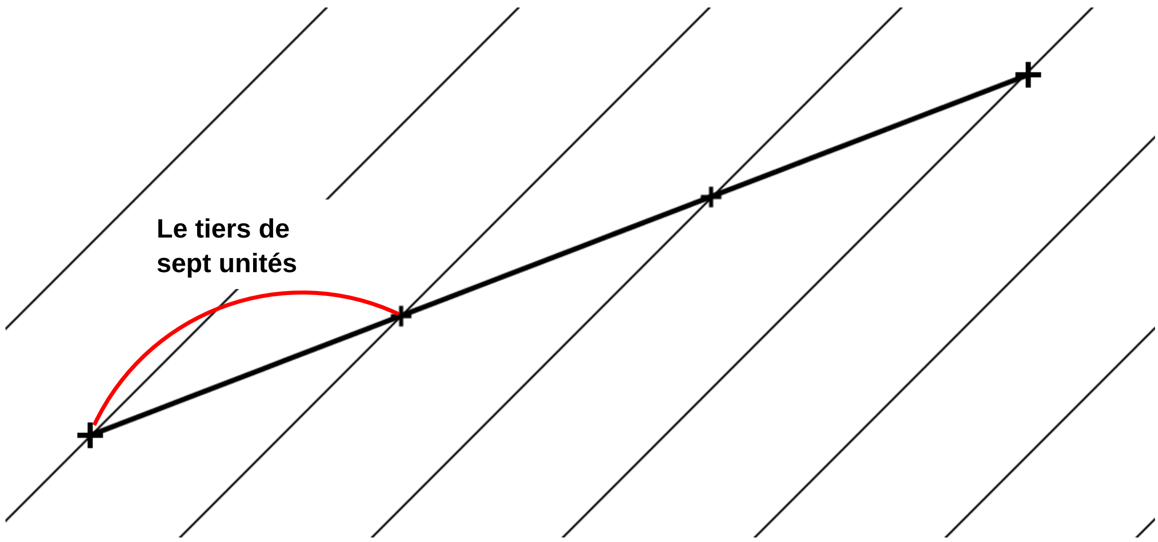


À l'aide d'un réseau de droites parallèles, on partage un segment d'une unité de longueur en trois parties égales. Sur la droite portant ce segment, on trace un segment dont la longueur correspond à sept fois le tiers de l'unité.

On trace ensuite un segment de longueur 7 unités.



À l'aide d'un réseau de droites parallèles, on partage ce segment en trois parts égales ; chaque part mesure donc le tiers de sept unités. On constate alors, en comparant par juxtaposition les longueurs des deux segments obtenus, que « sept tiers de l'unité » correspond au « tiers de sept unités ».



Les validations explicitées ci-dessus pour concilier les deux conceptions de la fraction (partage et quotient) ne peuvent être menées et comprises en autonomie par les élèves. Il est important que le professeur explicite ce passage, de façon à ce que les élèves comprennent que les deux conceptions de la fraction représentent en réalité le même nombre.

Dans la suite des apprentissages, les différentes conceptions de la fraction cohabitent. On fait le lien avec la division à quotient décimal et on met en place les procédures de comparaison et de calcul, très progressivement au cours du cycle 4. On approche les fractions par des nombres décimaux, en distinguant la valeur exacte, l'arrondi et des valeurs approchées. Dans certaines situations concrètes, les décimaux permettent d'approcher ou d'encadrer des fractions avec la précision voulue.

Erreurs et obstacles fréquents

La familiarité que les élèves ont acquise à travers l'usage social des écritures à virgule des nombres décimaux ne garantit pas qu'ils en maitrisent le sens. Le fait d'appréhender 32,50 € comme 32 € et 50 centimes induit une représentation du nombre décimal comme juxtaposition de deux entiers et n'est pas entendu comme une partition de l'unité.

Cette juxtaposition génère des obstacles, comme le traitement indépendant de la partie entière du nombre formé par les chiffres écrits à droite de la virgule lors des opérations, comme 1,7 + 3,12 = 4,19 au lieu de 4,82. Par ailleurs, cet usage courant privilégie une seule des écritures possibles du nombre. La même remarque peut être faite avec le système métrique : si des liens sont à établir, comme par exemple 3 cm = 3 centièmes de mètre = $\frac{3}{100}$ m = 0,03 m, une introduction de l'écriture à virgule s'appuyant uniquement sur les unités de longueurs risque de contribuer à développer des conceptions erronées des écritures à virgule des nombres décimaux chez les élèves.

L'enseignant doit avoir conscience **des ruptures** qui existent entre les nombres entiers et les nombres décimaux ; en effet, certaines connaissances, valides pour les nombres entiers, ne le sont plus pour les nombres décimaux :

- les nombres décimaux s'étendent au-delà des nombres entiers qui servent à dénombrer des collections d'objets ;
- l'unité devient une entité que l'on peut partager ;
- on ne peut pas parler du successeur d'un nombre décimal, par exemple : quel nombre viendrait après 7,3 ? ;
- lorsqu'on compare deux nombres décimaux, celui dont l'écriture à virgule s'écrit avec le plus de chiffres n'est pas nécessairement le plus grand ;
- entre deux nombres décimaux on peut intercaler une infinité d'autres nombres décimaux ;
- la multiplication d'un nombre décimal par un nombre décimal ne peut plus être conçue comme une addition itérée ;
- lorsqu'on multiplie un nombre par un nombre décimal on n'obtient pas toujours un nombre plus grand que le nombre de départ (4 x 0,7 = 2,8 et 2,8 est inférieur à 4)…

Ces ruptures constituent des points de vigilance à expliciter et à travailler, et sont souvent sources d'obstacles pour les élèves. Il est ainsi nécessaire, comme le montre le tableau ci-dessous, que les apprentissages liés aux nombres entiers au cycle 2 soient pensés pour ne pas générer d'obstacles lorsqu'on introduira les nombres décimaux au cycle 3.

Voir des exemples d'erreurs observées en annexe.

Exemples de situations d'apprentissage

Les trois annexes ci-dessous proposent différentes situations qui ont été mises en œuvre dans des classes du cycle 3. Si certaines situations sont clairement destinées aux élèves en dernières années de cycle 3, aucune n'est « réservée » aux élèves de première ou deuxième année de cycle 3. En effet, les fractions simples et les fractions décimales sont rencontrées tout au long du cycle et l'introduction de l'écriture à virgule pour les nombres décimaux n'entraîne pas la disparition des écritures impliquant des fractions décimales. De plus, des retours peuvent être régulièrement nécessaires pour la classe toute entière ou pour quelques élèves rencontrant des difficultés avec ces nouveaux outils.

- annexe 1 : Découverte des fractions, en commençant par les fractions simples ;
- annexe 2 : De la fraction simple à la fraction décimale ;
- annexe 3 : Introduction de l'écriture à virgule.

Le document suivant propose un outil pouvant être utile tout au long du cycle 3, voire avant, pour éviter que les élèves construisent des automatismes erronés, éloignés du sens, pour les multiplications ou divisions d'un nombre, entier ou décimal, par 10, 100 ou 1000.

- annexe 4 : La glissière à nombres.

La dernière annexe concerne plus particulièrement la dernière année du cycle 3, où l'utilisation d'un guide-âne peut se montrer utile pour diviser un segment en un nombre de parties qui n'est pas une puissance de 2.

- annexe 5 : Le guide-âne.